数理解析研究所講究録
459巻 1982年 58-74

不確定特異点をもつ偏微分作用素の超局所解析

東大理　　打越敬祐

$t \in \mathbb{R}$とし，常微分作用素

$$L = t^{K(m)} \frac{d^m}{dt^m} + \sum_{j=0}^{m-1} t^{K(j)} a_j(t) \frac{d^j}{dt^j}$$

を考える。ここで，$K(0), \cdots, K(m)$は非負の整数とし，係数$a_0(t), \cdots, a_{m-1}(t)$は原点で解析的な函数とし，また

$$a_j(0) \neq 0 \qquad 0 \leq j \leq m-1$$

と仮定する。さて，青木[1]に従って，Lの不確定度$\ell = \ell(L)$を，

$$(1) \qquad \ell(L) = \max\left\{ \max_{0 \leq j \leq m-1} \left(\frac{K(m) - K(j)}{m-j} \right),\ 1 \right\}$$

によって定義する。容易にわかるように，$\ell = 1$ (resp. $\ell \neq 1$) のときLは原点に確定特異点(resp. 不確定特異点)をもつ。このような常微分作用素については，青木[3]，柏原[4]により，次のことが示されている：$x^* = (0; \sqrt{-1}) \in \sqrt{-1}T^*\mathbb{R}$

において，L は超局所的には標準型 $t^{K(m)}$ と同等と考えられ，この点で，

$$\mathrm{Ker}_{\mathcal{C}} L \simeq \bigoplus_{K(m)} \mathbb{C}, \quad \mathrm{Cok}_{\mathcal{C}} L = 0$$

である。

本稿の目的は，この結果を偏微分作用素に拡張することである。$M = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ とし，M の変数を $x = (x_0, x')$ と書く。$K(0), \cdots, K(m)$ を非負の整数として，偏微分作用素

$$P = \sum_{|\alpha| \leq m} x_0^{K(|\alpha|)} a_\alpha(x) \partial_x^\alpha$$

を考える。但し，$a_\alpha(x)$ は $x = 0$ で解析的な函数とし，

$$\begin{cases} a_{(m,0,\cdots,0)} = 1 \\ a_\alpha(0, x') \neq 0 \end{cases}$$

としておく。このとき，P の不確定度 $\tau = \tau(P)$ を，(1) で定義する。$\tau = 1$ (resp. $\tau \neq 1$) のとき，P は超平面 $N = \{x \in M ; x_0 = 0\}$ に確定特異点 (resp. 不確定特異点) をもつ，ということにする。

$\tau = 1$ の場合，常微分作用素と類似の結果は柏原－大島[5]によって得られている。$\xi^* = (0 ; \sqrt{-1}, 0, \cdots, 0) \in \sqrt{-1}\, T^* \mathbb{R}^{n+1}$ において，P は超局所的には標準型 $x_0^{K(m)}$ と同等なのである。

2.

$l \neq 1$ の場合については，筆者[8]により初めてこういう結果が得られたので，以下その概要を紹介する。まず主要結果を述べるため，次の定義を与えておく。

<u>定義</u> $l \neq$ とする。$\dot{x}^* = (0;\sqrt{-1},0,\cdots,0) \in \sqrt{-1}\,T^*R^{n+1}$ における P の特性指数とは，方程式

$$\lambda^{k(m)} + \sum_{\pi(P)} a_{(j,0,\cdots,0)}(0)\,\lambda^{k(j)} = 0$$

の根のことである。但し，

$$\pi(P) = \left\{ 0 \leq j \leq m-1 \,;\, \frac{k(m)-k(j)}{m-j} = l \right\}$$

とする。▨

$l \neq 1$ としたので，上の代数的方程式は λ に関する $k(m)$ 次方程式である。その根を，重複度も込めて，$\lambda = \lambda_1, \cdots, \lambda_{k(m)}$ とする。

主要結果は，次のとおり。

<u>定理 1.</u> $l \neq 1$ とし，P の特性指数は全て相異なるとする。このとき，

$$Q_1(x,D), \cdots, Q_{k(m)}(x,D) \in \mathcal{E}^R_{\dot{x}^*}$$

が存在して，

$$0 \longrightarrow \bigoplus_{k(m)} (\mathcal{S}(x_0) \otimes \mathcal{B}_N) \xrightarrow{(Q_1,\cdots,Q_{k(m)})} \mathcal{C}_M \xrightarrow{P} \mathcal{C}_M \longrightarrow 0$$

は $\dot{x}^*$ で層の意味で完全である。▨

さて，u，$f \in \mathcal{E}_M$ に対して，$K(m)$-縦ベクトル $\vec{u}$，$\vec{f}$ を

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & D_0^{1/2} x_0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & (D_0^{1/2} x_0)^{K(m-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ u \\ \vdots \\ u \end{pmatrix}$$

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ f \end{pmatrix}$$

とする。このとき，$Pu = f$ という方程式は，

$$\{ x_0 I_{K(m)} + A(x, D) \} \vec{u} = \vec{f}$$

と書き直せる。但し，$A(x, D)$ は $-\frac{1}{2}$ 階の（分数べき）擬微分作用素の $K(m) \times K(m)$ 行列である。ところで，定義から ε は有理数 $\geqq 1$ なので，$1 \leqq p \leqq q$ なる互いに素な整数 p，q が存在し，$\varepsilon = q/p$ である。今は $\varepsilon \gneqq 1$ としているので，更に $p \lneqq q$ である。そして，$A(x, D)$ の完全表象 $\sigma(A)(x, \xi)$ は，青木[2]の意味で，

$$\sigma(A)(x, \xi) \sim \sum_{j = -p/q, -(p+1)/q, \cdots} A_j(x, \xi)$$

という形に漸近展開される，また，A の主表象 $A_{-p/q}(x, \xi)$ の固有値を，$\mu_j(x, \xi)$，$1 \leqq j \leqq K(m)$ とすると，

$$-\mu_j(x, \xi) \big|_{x=0, \xi'=0} = \lambda_j \xi_0^{-p/q} \qquad 1 \leqq j \leqq K(m)$$

となる。従って，x^* の近くでは，これらは全て相異なる，ということが仮定されている。

4.

さて，定理1 は次のことからたやすく導かれる。

定理2．上の条件のもとで，作用素として可逆な行列

$$E(x', D)\,,\ F(x, D) \in M(K(m),\ \mathcal{E}^{R}_{x^*})$$

が存在して，

$$E(x', D)\{x_0 I_{K(m)} + A(x, D)\}F(x, D) = x_0 I_{K(m)}$$

を満たす。$\boxed{}$

この定理の証明の概略を述べて，本稿を終わる。まず，

$$\sigma(W) \sim I_{K(m)} + \sum_{j=-1/q,\,-2/q,\,\cdots} W_j(x, \xi)$$

という漸近展開が定める分数べき擬微分作用素の $K(m)\times K(m)$ 行列 $W(x, D)$ によって，

$$\{x_0 I_{K(m)} + A(x, D)\}W(x, D) = x_0 I_{K(m)} + B(x', D)$$

但し，

$$\sigma(B)(x', \xi) \sim \sum_{j=-p/q,\,-(p+1)/q,\,\cdots} B_j(x', \xi)$$

$$B_{-p/q}(x', \xi) = A_{-p/q}(0, x', \xi)$$

のようにできる（Weierstrass の割算定理）．そこで，$A(x, D)$ の代わりに，$B(x', D)$ を考えればよい。

さて，

$$E(x';D)\{x_0 I_{K(m)} + B(x';D)\} = x_0 I_{K(m)} E(x';D)$$

なる可逆行列 $E(x';D)$ を見つければ，$F(x,D)=E^{-1}(x';D)W(x,D)$ でよいが，$E(x';D)$ の満たすべき方程式は，

$$\frac{\partial}{\partial\xi_0}\sigma(E)(x';\xi)+\sigma(EB)(x';\xi)\sim 0$$

である。これはおおざっぱに言って，$(x';\xi')$ を parameter に持つ，ξ_0 に関する常微分方程式で，$\xi_0\to\infty$ での振舞を調べることが重要である。このため，常微分方程式の古典理論から，Turrittin 的の方法を援用する。

<u>第1段</u>

可逆行列

$$\sigma(T)(x';\xi) = \sum_{j=0,-1/q,\cdots,-(q-p)/q} T_j(x';\xi)$$

が存在して，

$$T(x';D)\{x_0 I_{K(m)} + B(x';\xi)\}T^{-1}(x';D)$$
$$= x_0 I_{K(m)} + C(x';D)$$

但し，

$$\sigma(C)(x';\xi)\sim\sum_{j=-p/q,-(p+1)/q,\cdots} C_j(x';\xi)$$

で，$C_j(x';\xi)$ は $-p/q \geq j \geq -1$ のとき対角行列である。

第2段(その1)

$C'(x;D)$ を，

$$\sigma(C')(x;\xi) = \sum_{-1/q \geq j \geq -1} C_j(x;\xi)$$

で定めると，これは対角行列である。$x_0 I_{K(m)} + C(x;D)$ を，$x_0 I_{K(m)} + C'(x;D)$ に変換する。それには，

(2)
$$\{x_0 I_{K(m)} + C(x;D)\} D_0^{(q-p)/q} U(x;D)$$
$$= D_0^{(q-p)/q} U(x;D) \{x_0 I_{K(m)} + C'(x;D)\}$$

とすればよい。U を逐次近似で解く。いま，$U^{(i)}(x;\xi)$，$i = 0, 1, 2, \cdots$，を，

$(3)_i$
$$\frac{\partial}{\partial \xi_0} U^{(i)} + \frac{q-p}{q} \xi_0^{-1} U^{(i)} - \sigma(C') U^{(i)} + U^{(i)} \sigma(C')$$
$$= \sum_{(k,s,i') \in \Pi_1(i)} \frac{1}{s!} \partial_{\xi'}^{s} C_k(x;\xi) \partial_{x'}^{s} U^{(i')}(x;\xi)$$
$$- \sum_{(k,s,i') \in \Pi_2(i)} \frac{1}{s!} \partial_{\xi'}^{s} U^{(i')}(x;\xi) \partial_{x'}^{s} C_k(x;\xi)$$

とする。但し，$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \cdots\}$ として，

$(4)_i$
$$\Pi_1(i) = \{(k, s, i') \in \tfrac{1}{q}\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z}_+)^n \times \mathbb{Z}_+;\ k - |s| - \tfrac{i'}{q} = -\tfrac{i}{q} - 1,\ |k| + |s| \neq 1\}$$

$(5)_i$
$$\Pi_2(i) = \{(k, s, i') \in \tfrac{1}{q}\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z}_+)^n \times \mathbb{Z}_+;\ k - |s| - \tfrac{i'}{q} = -\tfrac{i}{q} - 1,\ k \geq -1,\ s \neq 0\}$$

ここで，(4)$_i$ と(5)$_i$ から，

$$(h, s, i') \in \pi_1(i) \text{ or } \pi_2(i) \Rightarrow i' \leq i-1$$

となる。従って，(3)$_i$ は i について帰納的に解ける。さて，$\tau = \xi_0^{1/q}$ として，$v^{(i)}(x', \xi)$ に $\xi_0 = \tau^q$ を代入したものも同じ記号 $v^{(i)}(x', \tau, \xi')$ で表わすことにすると，(3)$_i$ は，

$$(6)_i \quad \frac{\partial}{\partial \tau} v^{(i)}(x', \tau, \xi') + (q-p)\tau^{-1} v^{(i)}(x', \tau, \xi')$$

$$- q\tau^{q-1}\{\sigma(C')(x', \tau, \xi')v^{(i)}(x', \tau, \xi')$$

$$- v^{(i)}(x', \tau, \xi')\sigma(C')(x', \tau, \xi')\}$$

$$= q\tau^{q-1} \sum_{\pi_1(i)} \frac{1}{s!}\partial_{\xi'}^s C_h(x', \tau, \xi')\partial_{x'}^s v^{(i')}(x', \tau, \xi')$$

$$- q\tau^{q-1} \sum_{\pi_2(i)} \frac{1}{s!}\partial_{\xi'}^s v^{(i')}(x', \tau, \xi')\partial_{\xi'}^s C_h(x', \tau, \xi')$$

となる。このとき，(6)$_i$ の τ 及び ξ' に関する形式的べき級数としての形式解

$$(7)_i \quad v^{(i)}(x', \tau, \xi') = \sum_{\substack{\frac{j}{q} + |\alpha| \leq -\frac{i+q-p}{q} \\ j \in \mathbb{Z}_-, \alpha \in (\mathbb{Z}_+)^n}} v_{j\alpha}^{(i)}(x')\tau^j \xi'^\alpha$$

が構成されて，

$$(8)_{j\alpha}^i \quad |v_{j\alpha}^{(i)}(x')| \leq C \cdot \frac{[-\frac{j}{q-p}]!\,[\frac{i}{q}]!}{[\frac{i}{q-p}]!\,[\frac{q}{q-p}|\alpha|]!} r^{j-|\alpha|-i} \quad \text{for } \exists C, \exists r > 0$$

をみたす。これは発散級数だが，以下のような意味をもつ。

8.

第2段(その2)

ここでは，簡単のため，$q=p+1$ として説明する。
$C_k(x', \tau, \xi')$ に対し，

$$\begin{cases} D_k = \tau^{q-1} C_k & k \lneq -p/q \\ D_{-p/q} = \tau^{q-1}\left(C_{-p/q}(x';\tau,\xi') - C_{-p/q}(x';\tau,0)\right) \end{cases}$$

とおく。また，

$$\overline{C}_{-p/q}(x') = \tau^{q-1} C_{-p/q}(x';\tau,0)$$

とする。上の D_k ($k \leq -p/q$) は，$\forall (x', \xi') \in \mathbb{C}^n$ を fix するとき，$\mathrm{Im}\,\tau = \left(\frac{1}{2R}(1+|\xi'|)\right)^{1/q}$ ($R>0$ は小さな数) にとって，$\mathrm{Re}\,\tau \in \mathbb{R}$ の函数とみて $L^2(\mathbb{R})$ に属するので，$t \in \mathbb{R}$ として，

$$\widehat{D_k}(x', t, \xi') = \int_{\mathrm{Im}\,t = \left(\frac{1}{2R}(1+|\xi'|)\right)^{1/q}} e^{-\sqrt{-1}\,t\tau} D_k(x';\tau,\xi')\,d\tau$$

が定義できる。ところが実は，

$$\widehat{D_k}(x', t, \xi') = \widehat{\tilde{D}_k}(x', t, \xi')\, Y(t)$$

であって，ここで $\widehat{\tilde{D}_k}(x', t, \xi')$ は $\{(x', t, \xi') \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{C} \times \mathbb{C}^n;\ |x'| < \varepsilon\}$ で正則で，$\exists a, \exists R > 0$ が存在して，

(9) $$\left|\partial_{\xi'}^{s} \widehat{\tilde{D}_k}(x', t, \xi')\right| \leq a \exp\left(R^{-1}(1+|\xi'|)^{1/q}|t|\right) \times$$
$$\times [|k|+|s|]!\, R^{k-|s|} \frac{|t|^{q|k|+q|s|-q}}{(q|k|+q|s|-q)!}$$

及び，$k \geq -1$ のときは，

(10) $$|\widehat{D}_k(x', t, \xi')| \le C_1 (1+|\xi'|)^{(2-p)/q} \exp(R^{-1}(1+|\xi'|)^{1/q}|t|)$$

をみたす。さて，形式べき級数 $v^{(i)}(x', \tau, \xi')$ の形式的な Laplace 変換 $\widehat{v}^{(i)}(x', t, \xi')$ を，$t \in \mathbb{R}$ として，

$$\begin{cases} \widehat{v}^{(i)}(x', t, \xi') = -2\pi\sqrt{-1}\,\widehat{v}^{(i)}(x', t, \xi')\,Y(t) \\ \widehat{v}^{(i)}(x', t, \xi') = \displaystyle\sum_{\frac{j}{q}+|\alpha|\le -\frac{i+1}{q}} v_{j\alpha}^{(i)}(x') \frac{(-\sqrt{-1}t)^{-j-1}}{(-j-1)!} \xi'^{\alpha} \end{cases}$$

とする。このとき，(8)$_{j\alpha}^{i}$ から，$|t| = r/2$ で $\widehat{v}^{(i)}$ は収束し，

(11)$_i$ $$|\partial_{\xi'}^{\delta} \widehat{v}^{(i)}(x', t, \xi')| \le C \frac{[\frac{i}{q}+|\delta|]!\, r^{-i-|\delta|}}{(i+q|\delta|)!} |t|^{i+q|\delta|} \times$$

$$\times \exp(r^{-1}(1+|\xi'|)^{1/q}|t|)$$

をみたす。そして，$-\infty \le t \le +r/2$ で，$\widehat{v}^{(i)}$ は式 (6)$_i$ を変換した式

(12)$_i$ $$\sqrt{-1}\, t\, \widehat{v}^{(i)}(x', t, \xi') + \frac{1}{\sqrt{-1}} \int_0^t \widehat{v}^{(i)}(x', s, \xi')\, ds$$

$$- q\left(\overline{D}_{-p/q}(x')\, \widehat{v}^{(i)}(x', t, \xi') - \widehat{v}^{(i)}(x', t, \xi')\, \overline{D}_{-p/q}(x')\right)$$

$$- \frac{q}{2\pi\sqrt{-1}} \int_0^t \{\widehat{D}'(x', s, \xi')\, \widehat{v}^{(i)}(x', t-s, \xi')$$

$$- \widehat{v}^{(i)}(x', t-s, \xi')\, \widehat{D}'(x', s, \xi')\}\, ds$$

$$= -\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \sum_{\pi_3(i)} \frac{1}{\delta!} \partial_{\xi'}^{\delta} v^{(i')}(x', t, \xi')\, \partial_{x'}^{\delta} \overline{D}_{-p/q}(x') + (\text{続く})$$

(続き) $+\frac{\sqrt{-1}}{2\pi}\sum_{\pi_1(i)}\frac{1}{s!}\int_0^t\partial_\xi^{s}\hat{D}_k(x',s,\xi')\partial_{x'}^{s}\hat{v}^{(i')}(x',t-s,\xi')ds$

$$-\frac{\sqrt{-1}}{2\pi}\sum_{\pi_2(i)}\frac{1}{s!}\int_0^t\partial_{\xi'}^{s}\hat{v}^{(i')}(x',t-s,\xi')\partial_{x'}^{s}D_k(x',s,\xi')ds$$

の真の解である。但し，

$$\hat{D}' = \sum_{-p/q\geq k\geq -1}\hat{D}_k$$

及び

$$\pi_3(i)=\{(i',s)\in\mathbb{Z}_+\times(\mathbb{Z}_+)^n;\ i'+q|s|-1=i\}$$

とした。

以下，簡単のため，$\overset{対角行列}{\overline{D}_{-p/q}(x')}$ の (μ,μ) 成分 $\overline{D}_{-p/q,(\mu)}(x')$ は，

$$\mu\neq\nu\quad\Rightarrow\quad\arg\left(\overline{D}_{-p/q,(\mu)}(x')-\overline{D}_{-p/q,(\nu)}(x')\right)\neq\frac{\pi}{2}$$

とする。このとき，$(i',s)\in\pi_3(i)$でも $i'\leq i-1$ なので，$\hat{v}^{(i)}$ に関する第3種~~Volterra型積分方程式~~ $(2)_i$ は，i について帰納的に，$t\in\mathbb{R}$ 全体において解ける。更に，(9)，(10)を用いて，$t\in\mathbb{R}$ のとき，$(11)_i$ と類似の評価

$$(13)_i\qquad |\hat{v}^{(i)}(x',t,\xi')|\leq C\,r^{-i}\exp\left(r^{-1}(1+|\xi'|)^{p/q}|t|\right)\frac{[\frac{i}{q}]!\,|t|^i}{i!}$$

を得る。そこで，

$$v^{(i)}(x',\tau,\xi')=\frac{1}{2\pi}\int_{\mathbb{R}}\hat{v}^{(i)}(x',t,\xi')e^{\sqrt{-1}t\tau}dt$$

は，$\mathrm{Im}\,\tau \geq 2r^{-1}(1+|\xi'|)^{1/\ell}$ で well-defined で，(6)$_i$ の真の解であって，

$$|v^{(i)}| \leq C_\cdot r^{-i} \varepsilon^{-i} \left[\frac{i}{\ell}\right]! \, |\tau|^{-i+\frac{1}{\ell}}$$

$\tau = \xi_0^{1/\ell}$ から，

$$|v^{(i)}(x', \xi)| \leq C_\cdot (r\varepsilon)^{-i} \left[\frac{i}{\ell}\right]! \, |\xi_0|^{-\frac{i}{\ell}+\frac{1}{\ell}}$$

$$\text{on } \Omega = \{(x';\xi) \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^{n+1};$$

$$|x'| < \varepsilon,\ \frac{\ell}{3}\pi < \arg \xi_0 < \frac{2\ell}{3}\pi,$$

$$|\xi_0| > \left(\frac{2r^{-1}}{2^{-1}+\varepsilon}\right)^{\ell} (1+|\xi'|)\}$$

となり，

$$\sigma(V) \sim \sum_{i=0}^{\infty} v^{(i)}$$

は 0 階の擬微分作用素を定め，(A) を満たす. 更に，

$$v^{(0)} = \xi_0^{-1/\ell}$$

であり，$i = 1, 2$ のときは，$v^{(i)}$ が (7)$_i$ の形の漸近展開をもつことから，$|v^{(i)}| \leq \exists C_\cdot\ \xi_0^{-1/\ell - i/\ell}$ を得る．よって，$V(x', D)$ は可逆な作用素である。

ここまでの議論は 0 階の作用素しか使わないことを注意しておく。ℓ，A が一般のときも本質的には同様である。

第3段

対角行列 $x_0 I_{K(m)} + C'(x', D)$ を $x_0 I_{K(m)}$ に変換する。この際，無限階作用素を用いる。一般に，無限階作用素の計算

R.

は困難であるが，いまは対角行列を扱うので，計算が可能になる。まず，$X(x', D_0) \in M(K(m); \mathcal{E}^{\mathbb{R}})$を，

$$\sigma(X)\ (x', \xi_0) = \sum_{j=1-\frac{p}{q}, 1-\frac{p-1}{q}, \cdots, \frac{1}{q}} X_j(x')\xi_0{}^j + X_0(x') \log \xi_0$$

とする。但し，$X_j(x')$は適当な対角行列とする。このとき，$X(x', D_0)$は無限階作用素であるが，可逆な行列で，

$$X^{-1}(x', D_0)\{x_0 I_{K(m)} + C'(x'; D)\} X(x', D_0)$$

は，0 階の作用素になってしまう。更に，これは詳しく調べることができて，$X_j(x')$を適当に決めてやれば，

$$X^{-1}(x', D_0)\{x_0 I_{K(m)} + C'(x'; D)\} X(x', D_0)$$
$$= x_0 I_{K(m)} + C''(x', D)$$

但し，

$$\sigma(C'') = \sum_{j=-\frac{q}{p}, -\frac{q+1}{p}, \cdots, -1} C''_j(x'; \xi) + C'''(x'; \xi)$$

しかもC''_jはξについてj次斉次で，

$$C''_j(x', \xi_0, 0) = 0,$$

また

$$|C'''(x', \xi)| \leq \mathrm{const.}\, |\xi_0|^{-1-\frac{1}{2q}}$$

とできる。まとめて，

(14) $$|\sigma(C'')(x', \xi)| \leq \mathrm{const.}\, |\xi_0|^{-1-\frac{1}{2q}} (1+|\xi|).$$

そこで，$j = 0, 1, 2, \cdots\cdots$ に対して，$Z^{(j)}(x', \xi)$を次のよう

に決めてやる；

$$Z^{(0)} = I_{K(m)}$$

$$Z^{(j)}(x';\xi) = \sum_{\substack{j'+|\delta|+1=j \\ j'\in\mathbb{Z}_+ \\ \delta\in(\mathbb{Z}_+)^n}} \frac{1}{\delta!}\int_0^{\xi_0} \partial_{\xi'}^{\delta}\sigma(C'')(x';\xi)\,\partial_{x'}^{\delta} Z^{(j')}(x';\xi)\,d\xi_0$$

すると，$\exists C$，$\exists r>0$ が存在して，ε を十分小さくとるとき，

$$|Z^{(j)}(x';\xi)| \leq C\cdot r^{-j}|\xi_0|^{-j}\,j!\,\exp\left(|\xi_0|^{1-\frac{1}{4r}}\right)$$

$$\text{on } \{(x';\xi)\in\mathbb{C}^n\times\mathbb{C}^{n+1};\ |x'|<\varepsilon,\ |\xi'|<\varepsilon|\xi_0|$$

$$|\mathrm{Re}\,\xi_0|<\varepsilon\,\mathrm{Im}\,\xi_0,\quad \varepsilon|\xi|>1\}$$

が成立する。従って，

$$\sigma(Z)(x';\xi) \sim \sum_{j=0}^{\infty} Z^{(j)}(x';\xi)$$

なる $Z(x';D)\in M(K(m),\mathcal{E}^{\mathbb{R}})$ が存在して，

$$\{x_0 I_{K(m)} + C''(x';D)\}Z(x';D) = Z(x';D)\,x_0 I_{K(m)}.$$

Z の逆作用素は，

$$\hat{Z}(x';D)\{x_0 I_{K(m)} + C''(x';D)\} = x_0 I_{K(m)}\tilde{Z}(x';D)$$

なる $\hat{Z}$ を同様に構成することができて，

$$Z\hat{Z} = \hat{Z}Z = I_{K(m)}$$

となる。

これで，定理2が示された。

この論説の詳細は，打越[8] に発表される。なお，打越[7]

の中で，Theorem 7. として，本稿の<u>定理1</u>. が述べられているが，完全図式が

$$0 \longrightarrow \bigoplus_{K(m)} \left(\mathcal{S}(x_0) \otimes \mathcal{A}_N \right) \xrightarrow{(Q_1, \cdots, Q_{K(m)})} \mathcal{E}_M \xrightarrow{P} \mathcal{E}_M \longrightarrow 0$$

となっている。$\mathcal{A}_N$ は $\mathcal{O}_N$ の誤りなので，この場をお借りして訂正したい。

文献

[1] 青木貴史：Growth order of microdifferential operators of infinite order. (to appear in J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect. IA.)

[2] 青木貴史：Invertibility for microdifferential operators of infinite order (to appear in Publ. RIMS)

[3] 青木貴史：An invariant measuring the irregularity of a differential operator and a microdifferential operator (to appear in J. Math. Pures Appl.)

[4] 柏原正樹：Systèmes d'équations microdifférentielles, (Univ. Paris-Nord における 1976-1977 の講義)

[5] 柏原正樹－大島利雄：Systems of differential equations with regular singularities and their boundary value problems (Ann. of Math., 106 145-200, 1977)

[6] H. L. Turrittin: Convergent solutions of ordinary linear differential equations in a neighborhood of an irregular singular point, (Acta Math. 93, 28-66, 1955).

[7] 打越敬祐：Microlocal analysis of partial differential operators with irregular singularities, (Proc. Japan Acad. 57, Ser A. No. 10, 485-487, 1981)

[8] 打越敬祐：Microlocal analysis of partial differential operators with irregular singularities, (to appear)